	Exercice 1 (2,5 points) :
0,5	1) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2+4x-5=0$
1	b) Résoudre dans l'intervalle $]0,+\infty[$ l'équation : $\ln(x^2+5)=\ln(x+2)+\ln(2x)$
1	2) Résoudre dans l'intervalle $]0,+\infty[$ l'équation : $\ln(x)+\ln(x+1)\geq\ln(x^2+1)$

	Exercice 2 (3 points) :
	On considère la suite numérique (u_n) définie par : $u_0=1$ *et* $\forall n\in\mathbb{N}$, $u_{n+1}=\frac{u_n}{5+8u_n}$
0,5	1) Montrer par récurrence que : $\forall n\in\mathbb{N}$, $u_n>0$
	2) On considère la suite (v_n) définie par : $\forall n\in\mathbb{N}$, $v_n=\frac{1}{u_n}+2$
1,5	a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 5 , puis écrire v_n en fonction de n
1	b) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$, $u_n=\frac{1}{3\times5^n-2}$, puis calculer $\lim_{n\to+\infty}u_n$

	Exercice 3 (5 points) :
1	1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : (E) : $z^2-18z+82=0$
	2) On considère dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$ les points A , B , C d'affixes respectives $a=9+i$, $b=9-i$, $c=11-i$
1	a) Montrer que : $\frac{c-b}{a-b}=-i$ et en déduire que le triangle ABC est isocèle et rectangle en B
0,5	b) Donner une forme trigonométrique du nombre $4(1-i)$
1	c) Montrer que : $(c-a)(c-b)=4(1-i)$ et en déduire que : $AC\times AB=4\sqrt{2}$
1,5	d) Soient z et z' les affixes respectives d'un point M et de son image M' par la rotation R de centre B et d'angle $\frac{3\pi}{2}$. Montrer que : $z'=-iz+10+8i$ et vérifier que l'affixe de l'image C' du point C par la rotation R est $c'=9-3i$

Exercice 4 (9,5 points) :

I. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = (1-x)e^{x} - 1$

1) a) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R} \quad , \quad g'(x) = -xe^{x}$

b) Montrer que g est croissante sur $]-\infty, 0]$ et décroissante sur $[0, +\infty[$ et vérifier que : $g(0) = 0$

2) En déduire que : $\forall x \in \mathbb{R} \quad , \quad g(x) \leq 0$

II. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (2-x)e^{x} - x$

Et on désigne par (C_f) la courbe de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ d'unité graphique 1cm

1) a) Montrer que : $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

b) Montrer que : $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ et en déduire que (C_f) admet une branche parabolique en $+\infty$ dont on précisera la direction

2) a) Montrer que : $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ et calculer $\lim_{x\to-\infty}(f(x) - x)$ (on rappelle que $\lim_{x\to-\infty} xe^{x} = 0$)

b) Montrer que la droite (D) d'équation : $y = x$ est asymptote à (C_f) en $-\infty$

3) a) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R} \quad , \quad f'(x) = g(x)$

b) Interpréter graphiquement le résultat $f'(0) = 0$

c) Montrer que f est décroissante sur $\mathbb{R}$ et dresser le tableau de variations de f

4) Montrer que l'équation : $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$ et que : $\frac{3}{2} < \alpha < 1$

5) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f(x) + x = 0$ et en déduire que (C_f) et (D) coupent au point A(2 , -2)

b) Étudier le signe de l'expression $f(x) + x$ sur $\mathbb{R}$

c) En déduire que (C_f) est au-dessus de (D) sur $]-\infty, 2]$ et en dessous de (D) sur $[2, +\infty[$

6) a) Montrer que (C_f) admet un point d'inflexion unique de coordonnées (0 , 2)

b) Tracer la courbe (C_f) et la droite (D) dans le même repère

7) a) En intégrant par parties, montrer que : $\int_{-1}^{0}(2-x)e^{x}dx = 3 - \frac{4}{e}$

b) Calculer, en cm², l'aire de la partie du plan limité par la courbe (C_f), la droite (D) et les droites d'équations : $x = -1 \quad et \quad x = 0$